



# X<sup>2</sup>-testen

Der findes et stort antal forskellige lommeregner på skolerne så jeg henviser til manualer og matematiklærere i brugen af dem. Denne vejledning indeholder i stedet en introduktion til at lave X<sup>2</sup>-tests ved hjælp af Excel og ved hjælp af programmer frit tilgængeligt på internettet.

I vejledningen vil begreberne nulhypotese, teststørrelse, frihedsgrader, signifikansniveau og p-værdi blive benyttet uden yderligere forklaring. For en grundigere gennemgang af teorien bag X<sup>2</sup>-tests henvises til Bioteknologi 6, siderne 66-67 og nyere lærebøger til matematik på B-niveau hvor testen er en del af kernestoffet.

## X<sup>2</sup>-test i Excel

Excel er et klassisk regneark der følger med Microsofts Office-pakke. I denne vejledning tages der udgangspunkt i den danske udgave af Excel 2010. De enkelte kommandoer kan være anderledes på andre udgaver af Excel. Sidst i afsnittet har jeg lavet en tabel der viser, hvad tilsvarende kommandoer kaldes i andre udgaver af Excel. Her præsenteres to forskellige metoder der hvis udført korrekt, giver præcis det samme resultat.

Nulhypotesen der testes i denne vejledning, er om ens stikprøve (observationer) er trukket fra en given fordeling.

### *Metode 1 – direkte sammenligning af forventede og observerede værdier*

Hvis man har en forventet fordeling og har lavet en stikprøve med en observeret fordeling, er den hurtigste og letteste måde at lave en X<sup>2</sup>-test i Excel at lade Excel automatisk beregne teststørrelsen og antal frihedsgrader og ud fra disse finde p-værdien. Dette gøres med følgende kommando

=CHI2.TEST([Observeret fordeling];[Forventet fordeling])

[Observeret fordeling] betyder her de felter der indeholder den observerede fordeling

[Forventet fordeling] betyder her de felter der indeholder den tilsvarende forventede fordeling

	A	B	C
1	<b>Blodtype</b>	<b>Forventet</b>	<b>Observeret</b>
2	Rhesus +	190	180
3	Rhesus -	45	55
4	X2 - test	=CHI2.TEST(C2:C3;B2:B3)	
5	P-værdi	0,10	

Blodtypefordeling i Rhesus-systemet. I dette tilfælde findes den observerede fordeling i felterne C2:C3 og den tilsvarende forventede fordeling findes i felterne B2:B3. X2-testen udføres ved at skrive den viste formel i et felt. I dette tilfælde bliver p-værdien 0,10 hvilket er over det valgte signifikansniveau på 0,05, så vi kan ikke forkaste nulhypotesen.

**Metode 2 – beregning af p-værdi ud fra en teststørrelse og antal frihedsgrader**

Det kan være nyttigt selv at kunne beregne teststørrelsen og bestemme antal frihedsgrader i en test. Ud fra en nulhypotese, en teststørrelse og et antal frihedsgrader er det let i Excel at bestemme den resulterende p-værdi af  $X^2$ -testen. Dette gøres med følgende kommando:

=CHI2.FORD.RT(teststørrelse; frihedsgrader)

Teststørrelsen og antal frihedsgrader indskrives adskilt af et semikolon ';' hvorefter Excel beregner p-værdien og vises denne i det pågældende felt.

	A	B	C	D
1	<b>Blodtype</b>	<b>Forventet</b>	<b>Observeret</b>	<b><math>(F-O)^2 / F</math></b>
2	Rhesus +	190	180	0,5263
3	Rhesus -	45	55	2,2222
4	Total	235	235	2,7485
5	X2 - test	=CHI2.FORD.RT(D4;1)		
6	P-værdi	0,10		

Blodtypefordeling i Rhesus systemet. I dette tilfælde er  $X^2$ -teststørrelsen beregnet og vist i feltet D4. Da der er to kategorier, er der 1 frihedsgrad i testen.  $X^2$ -testen udføres ved at skrive den viste formel i et felt. I dette tilfælde bliver p-værdien 0,10 hvilket er præcis det samme som med metode 1, hvilket det selvfølgelig også skal være.

Hvilken af de to metoder man benytter, er ligegyldigt. Den sidste metode er lidt mere omfattende og kan være god at benytte, indtil man har en god forståelse af testen hvorefter det nok er hurtigere at bruge metode 1. Metode 2 har også den fordel at man kan se, hvor stor en andel af den samlede teststørrelse der kommer fra hvilke kategorier, og dette kan nogle gange være med til at identificere potentielle fejlkilder i et forsøg.

**Beregn den kritiske værdi ved hjælp af Excel**

Det kan nogle gange være interessant at kende den kritiske værdi, altså den teststørrelse der gør at vi forkaster en nulhypotese ved et givent signifikansniveau. Disse værdier kan let findes ved hjælp af Excel med følgende kommando:

=CHI2.INV.RT(signifikansniveau; antal frihedsgrader)

Hvis en p-værdi er lavere end det valgte signifikansniveau forkastes nulhypotesen.

Indtastes følgende kommando i Excel:

=CHI2.INV.RT(0,05; 1)

fås resultatet 3,841 hvilket er den kritiske teststørrelse med en frihedsgrad og et valgt signifikansniveau på 5 %.

**Eksempel – Fordelingen af AB0-blodtyper i en undersøgt gruppe**

Som eksempel undersøges fordelingen af blodtyper indenfor AB0-systemet på et dansk gymnasium. I alt har 450 elever fået bestemt deres blodtype i AB0-systemet, og resultatet er vist i nedenstående figur i felterne D15:D18. De forventede værdier der er vist i felterne C15:C18, er beregnet ud fra en større dansk undersøgelse hvis fordeling er vist i felterne C6:C9. De forventede værdier er fundet på hjemmesiden <http://www.aboblood.com/> hvor man også kan finde forventede værdier for mange andre populationer end den danske. I Donor Nytt, marts 2003 er der en artikel om AB0-blodtypernes fordeling på verdensplan.

	A	B	C	D	E		
1							
2	<b>Chi<sup>2</sup> - testen - Et eksempel med AB0 blodtyper</b>						
3							
4		% -vis fordeling		<p><b>Blodtypefordeling</b></p>			
5	Blodtype	Danmark					
6	A	44					
7	B	11					
8	AB	4					
9	O	41					
10	Total	100					
11							
12	N (antal elever)	450					
13							
14	Blodtype	Forventet	Observeret	(F-O) <sup>2</sup> / F			
15	A	198	180	1,6364			
16	B	49,5	46	0,2475			
17	AB	18	14	0,8889			
18	O	184,5	210	3,5244			
19	Total	450	450	6,2971			
20							
21	Metode 1	Formel			P-værdi		
22	Chi2-test	'=CHI2.TEST(D13:D16;C13:C16)'			0,10		
23							
24	Metode 2	Formel			P-værdi		
25	Chi2-test	'=CHI2.FORD.RT(E17;3)'			0,10		

Nulhypotesen der undersøges, er om fordelingen fundet i stikprøven af gymnasiets elever, er den samme som gennemsnitlige fordeling i den danske befolkning.

Resultatet er at p-værdien på 0,1 er større end vores valgte signifikansniveau på 0,05 så vi kan ikke forkaste vores nulhypotese.

Det er tydeligt at den største forskel mellem den forventede fordeling og den observerede fordeling er, at der er flere elever på dette gymnasium med blodtypen O end forventet og tilsvarende færre med blodtyperne A, B og AB. Forklaringen på dette kan være en fejl i bestemmelsen af blodtypen. Det er ikke usædvanligt at fejl medfører manglende reaktion i A og B felterne.

**Andre udgaver af Excel**

Herunder vises en tabel over hvordan man bruger metode 1 i andre udgaver af Excel.

Excel udgave	Metode 1
Dansk Excel 2010	=CHI2.TEST([Observeret fordeling];[Forventet fordeling])
Dansk Excel 2007	=CHITEST([Observeret fordeling];[Forventet fordeling])
Engelsk Excel 2010	=CHISQ.TEST([Observeret fordeling];[Forventet fordeling])
Engelsk Excel 2007	=CHITEST([Observeret fordeling];[Forventet fordeling])

## $\chi^2$ -test ved hjælp af internettet

Der findes mange forskellige online-værktøjer til udregning af  $\chi^2$ -tests. Herunder vil en af de mere brugervenlige blive præsenteret.

Preacher, K. J. (2001, April). Calculation for the chi-square test: An interactive calculation tool for chi-square tests of goodness of fit and independence [Computer software]. Available from <http://quantpsy.org>.

1. Gå til hjemmesiden <http://www.quantpsy.org/chisq/chisq.htm> og scroll ned i bunden af siden. Her findes en tabel der ser ud som vist herunder.

	Gp 1	Gp 2	Gp 3	Gp 4	Gp 5	Gp 6	Gp 7	Gp 8	Gp 9	Gp 10
Observed:										
Expected:										
Output:										
		<input type="button" value="Calculate"/>		<input type="button" value="Reset all"/>				Chi-square:		
								degrees of freedom:		
								p-value:		
								Yates' chi-square:		
								Yates' p-value:		
Status:	Status okay									

2. Indtast nu de observerede og forventede værdier fra eksemplet på sidste side og tryk på knappen 'Calculate'. Hvis man vælger at blodtype A skal være Gruppe 1, skal der under Gp 1 stå 180 under feltet 'Observed' og 198 under feltet 'Expected'.
3. Sammenlign den fundne p-værdi med den fundet med Excel på sidste side. Hvis værdierne er indtastet rigtigt bør skærbilledet se ud som vist herunder.

	Gp 1	Gp 2	Gp 3	Gp 4	Gp 5	Gp 6	Gp 7	Gp 8	Gp 9	Gp 10
Observed:	180	46	14	210						450
Expected:	198	49.5	18	184.5						450
Output:										
		<input type="button" value="Calculate"/>		<input type="button" value="Reset all"/>				Chi-square:	6.297	
								degrees of freedom:	3	
								p-value:	0.09801641	
								Yates' chi-square:	5.797	
								Yates' p-value:	0.12191531	
Status:	Status okay									

Vær opmærksom på at programmet kun kan bruge punktum '.' til at vise decimaltal hvor vi i Danmark normalt bruger komma ','. De to nederste resultatfelter med titlen Yates' er blot en alternativ statistisk model, p-værdien i den klassiske  $\chi^2$ -test står under feltet p-value markeret med rødt.